

-ANNEXE -

MÉTHODE DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES DE MAYARD

4 étapes simples

C: comprends le problème et la question à résoudre

I: Identifie les variables et les données de la question.

C : Commence à résoudre avec ce que tu sais

V : Vérifie ta réponse

Note: Un échantillon de problèmes du niveau secondaire (2^{ème} cycle) à collégial est utilisé pour illustrer cette méthode simple qui peut aussi être appliquée à tous les niveaux scolaires.

Mathématiques— Secondaire 3

Un contenant en forme cylindrique contient 3 balles de tennis ayant un rayon de 4 cm tel qu'illustré ci-dessous :



Quelle est le volume de l'espace inoccupé du contenant cylindrique ?

Solution:

1. C: Comprends le problème et la question à résoudre

On veut trouver le volume de l'espace inoccupé (V_i)

2. I: Identifie les variables et les données de la question

$$r_{\text{tennis}} = r_{\text{sphere}} = 4 \text{ cm}; \quad r_{\text{cylindre}} = 4 \text{ cm}; \quad h_{\text{cylindre}} = ?$$

3.C: Commence à résoudre avec ce que tu sais

Note: En commençant avec ce que tu sais, tu seras en mesure de constater les étapes subséquentes qu'il faut compléter.

- Le volume de l'espace inoccupé (V_i) dans le cylindre est donné par la formule suivante :

$$V_i = V_{\text{cylindre}} - 3V_{\text{sphère}} \Rightarrow \text{Prochaine étape: trouver } V_{\text{cylindre}} \text{ et } V_{\text{sphère}}$$

- Le volume du cylindre est donné par la formule suivante:

$$V_{\text{cylindre}} = A_b \times h_{\text{cylindre}}$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi 4^2 \times (4 \times 2 \times 3) \quad (\text{h}_{\text{cylindre}} = 3 \text{ fois le diamètre de la balle de tennis})$$

$$V_{\text{cylindre}} = 384\pi \text{ cm}^3$$

- Le volume d'une sphère est donnée par la formule suivante:

$$V_{\text{sphère}} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V_{\text{sphère}} = \frac{4\pi \times 4^3}{3}$$

$$V_{\text{sphère}} = \frac{256\pi}{3} \text{ cm}^3$$

- Le volume de l'espace inoccupé est:

$$V_i = V_{\text{cylindre}} - 3V_{\text{sphère}}$$

$$V_i = 384\pi - \frac{3 \times 256\pi}{3}$$

$$V_i = 128\pi \approx 402.12 \text{ cm}^3$$

4. Vérification

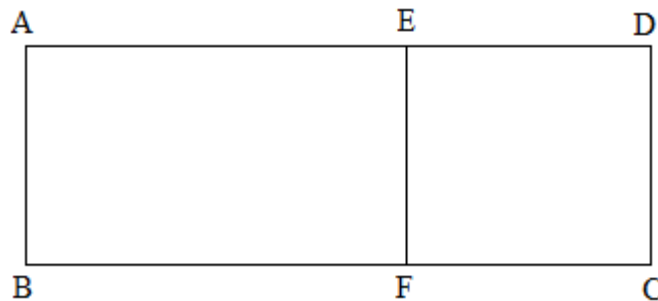
La réponse à un sens logique si le volume inoccupé (V_i) est plus petit que le volume du cylindre (V_{cylindre}) et le volume des trois sphères ($3V_{\text{sphères}}$). Vérifions?

$$V_i = 128\pi \text{ cm}^3 < V_{\text{cylindre}} = 384\pi \text{ cm}^3 \text{ et } V_i = 128\pi \text{ cm}^3 < 3V_{\text{sphère}} = 256\pi \text{ cm}^3 \quad (\text{oui})$$

Mathématiques scientifiques – Secondaire 4 (Problèmes avec étapes multiples)

Considère le rectangle ABFE et le carré CDEF ci-dessous. Le segment AE mesure 2 unités de plus que le segment ED.

Si l'aire du rectangle ABCD est de 40 cm^2 , quelle est la valeur numérique de l'aire du rectangle ABFE .



Solution

1. C: Comprends le problème et la question.

Problème: Cette situation implique des notions algébriques

Question à résoudre: Trouver l'aire (valeur quantitative) du rectangle ABFE

2. I : Identifie les variables et les données importantes

Segment AE : 2 unités de plus que le segment ED

Aire du rectangle ABCD est de : 40 cm^2

3. C: Commence avec ce que tu sais

Note: En commençant avec ce que tu sais, tu seras en mesure de constater les étapes subséquentes qu'il faut compléter.

- Aire du rectangle ABCD :

Aire ABCD = longueur X largeur

⇒ Donc on doit trouver la longueur (L) et la largeur (W):

LA PENSÉE & LA SCIENCE DU SUCCÈS

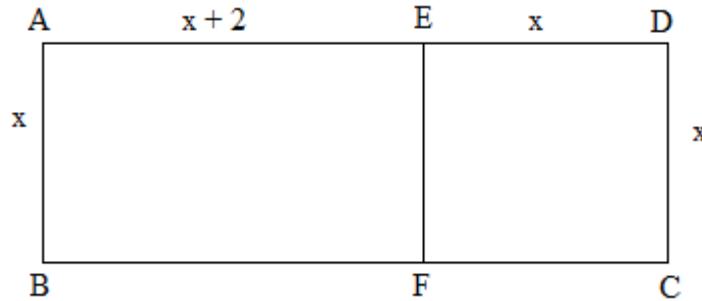
- Tous droits d'auteur réservés -

$$\text{Si } ED = x \Rightarrow AE = x + 2$$

$$\Rightarrow \text{Longueur } AD = AE + ED = (x + 2) + x = 2x + 2$$

$$\Rightarrow \text{Largeur } AB = x \quad (\text{Étant donné que } CDEF \text{ est un carré})$$

- Maintenant on peut trouver l'aire :



$$\text{Aire du rectangle } ABCD = (2x + 2) \cdot x = 2x^2 + 2x$$

$$40 = 2x^2 + 2x$$

$$0 = 2x^2 + 2x - 40$$

Maintenant on utilise la formule quadratique:

$$a = 2 \quad b = 2 \quad c = -40$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 4 - 4(2)(-40)$$

$$= 324$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2(2)}$$

$$x = 4 \quad \text{Or } x = -5 \text{ (rejeté)}$$

$$\Rightarrow AE = x + 2 = 4 + 2 = 6 \text{ cm}$$

Aire du rectangle ABFE :

$$\text{Aire de ABFE} = x(x + 2) = 4(6) = 24 \text{ cm}^2$$

4. Vérifications

- Est-ce que le segment AE a 2 unités de plus que le segment ED?

$$ED = 4 \text{ cm} \quad \text{et} \quad AE = 6 \text{ cm} \quad (\text{oui})$$

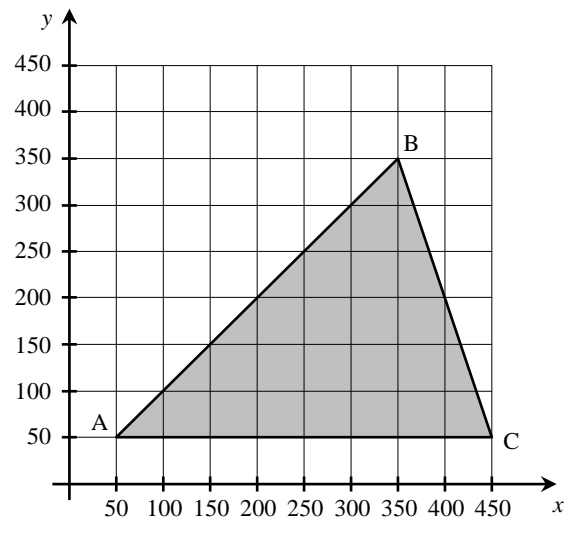
- Est-ce que l'aire du rectangle ABCD est de 40 cm^2 ?

$$ABCD = (2x + 2) \cdot x$$

$$ABCD = [2(4) + 2] \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2 \quad (\text{oui})$$

Mathématiques Scientifiques / Culturelles – Secondaire 5

Un traversier marin transporte des personnes et des motociclettes. Le polygone de contraintes ABC ci-dessous est basé sur les contraintes que l'entreprise de transport doit prendre en considération afin de rendre chaque traversée rentable.



Coordonnées des sommets
du polygone de contraintes

A(50, 50)
B(350, 350)
C(450, 50)

x : nombre de personnes à bord du traversier marin
 y : nombre de motociclettes à bord du traversier marin

Le prix du traversier est de 4\$ per personne et de 10\$ par motocyclette.

Pour assurer la rentabilité, l'entreprise doit prendre en compte une nouvelle contrainte représentée par la règle : $x + y \geq 300$.

De combien cette nouvelle contrainte augmentera-elle le revenu minimum de chaque traversée?

LA PENSÉE & LA SCIENCE DU SUCCÈS

- Tous droits d'auteur réservés -

Solution:

1. C: Comprends le problème et la question

Problème : Cette situation implique la notion d'optimisation

Question à résoudre: Trouver l'augmentation dans le revenu minimal, c'est-à-dire, la différence entre le revenu minimal **avec la contrainte** et **sans la contrainte**.

2. I: Identifie la variable et les données importantes

x : nombre de personnes à bord du traversier marin

y : nombre de motocyclettes a bord du traversier

coût de 4\$ par personne et 10\$ par motocyclette \Rightarrow Fonction à optimiser: $P = 4x + 10y$

Added constraint: $x + y \geq 300$

3.C: Commence avec ce que tu sais

Note: En commençant avec ce que tu sais, tu seras en mesure de constater les étapes subséquentes qu'il faut compléter.

- L'augmentation dans le revenu minimum ($M_{\text{augmentation}}$) est calculé avec l'opération suivante:

$$M_{\text{augmentation}} = M_{\text{avec nouvelle contrainte}} - M_{\text{sans la nouvelle contrainte}} \Rightarrow \text{Prochaines étapes:}$$

Trouver le revenu minimum avec la nouvelle contrainte et sans la nouvelle contrainte.

- Le revenu minimal sans la nouvelle contrainte est:

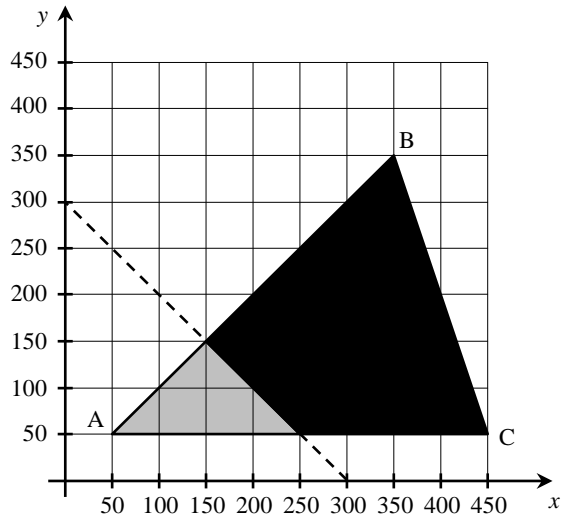
Sommets	Revenu: $4x + 10y$	
A(50, 50)	700\$	← Minimum
B(350, 350)	4900\$	
C(450, 50)	2300\$	

LA PENSÉE & LA SCIENCE DU SUCCÈS

- Tous droits d'auteur réservés -

- Le revenu minimal **avec** la nouvelle contrainte est trouvé avec le graphique et la fonction d'optimisation:

Nouvelle contrainte : $x + y \geq 300$



Les coordonnées des 2 nouveaux sommets sont: (150, 150) and (250, 50).

On utilise la fonction d'optimisation pour trouver le revenu minimal avec la nouvelle contrainte:

Sommets	Revenu: $4x + 10y$
(150, 150)	2100\$
B(350, 350)	4900\$
C(450, 50)	2300\$
(250, 50)	1500\$ ← Minimum

- L'augmentation dans le revenu minimal est:

$$M_{\text{augmentation}} = M_{\text{avec nouvelle contrainte}} - M_{\text{sans nouvelle contrainte}}$$

$$M_{\text{augmentation}} = 1500\$ - 700\$$$

$$M_{\text{augmentation}} = 800\$$$

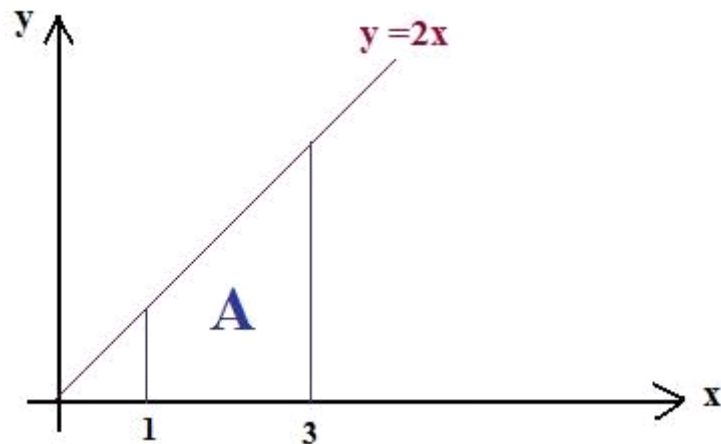
4. Vérification

La réponse à un sens logique si le revenu minimal avec la nouvelle contrainte est plus grand que le revenu minimal sans la nouvelle contrainte. Vérifions cela :

$$M_{\text{avec nouvelle contrainte}} = 1500\$ > M_{\text{sans nouvelle contrainte}} = 700\$ \quad (\text{oui})$$

Calcul intégral 2 – Collège

Considérant le graphique ci-dessous:



Trouver l'aire de la figure géométrique bornée par la fonction $y = 2x$ et les équations $x = 1$ and $x = 3$.

Solution

1. C: Comprends le problème et la question

Problème: Cette situation implique le concept de l'intégral défini et des notions reliées à l'aire sous la courbe.

Question à résoudre: On veut trouver l'aire sous la courbe linéaire qui a un interval spécifique.

2. I: Identifie les variables et les données

fonction: $y = 2x$; intégration selon l'axe des x : dx ; intervalle: $[1, 3]$

3. C: commence avec ce que tu sais

• L'aire (A) est donné par l'intégral définie suivante:

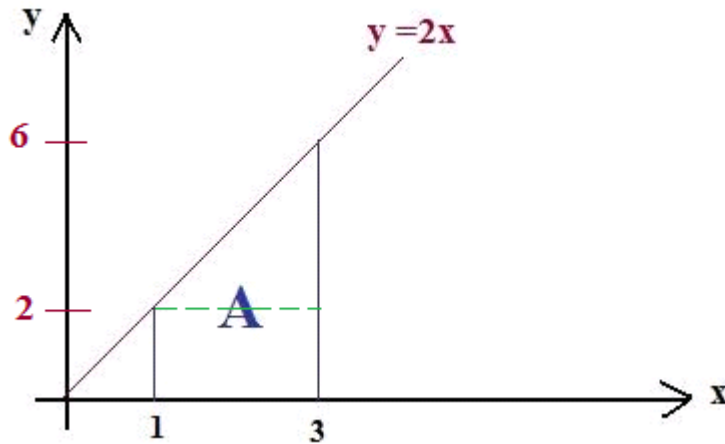
$$A = \int_1^3 2x \, dx$$

$$A = \left|_1^3 (x^2) \right. \quad (\text{par règle d'intégration})$$

$$A = (3^2) - (1^2) = 8u^2$$

4. Vérification

- L'aire trouvée par intégration devrait aussi être égale à la somme des aires du carré et du triangle.



Vérifions:

$$A_{\text{intégration}} = A_{\text{square}} + A_{\text{triangle}}$$

$$A_{\text{intégration}} = (2 \times 2) + \left(\frac{2 \times 4}{2}\right)$$

$$A_{\text{intégration}} = 4 + 4 = 8u^2 \quad (\text{oui})$$